

## 直廓环面蜗杆传动的修形

董学朱 毕 诚

(中国农业大学机械工程学院)

**摘 要** 提出了新的啮合分析数学模型。对修形传动类型进行了分类, 算例分析结果表明综合修形的 II 形传动可得到较好的啮合质量, 引入  $\Delta b$  修形量可以扩大蜗轮齿面接触区。

**关键词** 直廓环面蜗杆传动; 修形; 啮合质量

**中图分类号** TH 132.44

## Tooth Modification of Double Enveloping Worm Gearing With Straight Side Profile

Dong Xuezhu Bi Cheng

(College of Machinery Engineering, CAU)

**Abstract** A new mathematical model of meshing analysis is introduced, and the modification gearing type is classified. The results show that a better meshing quality is able to be acquired from the II type gearing of complete modification, and the contact zone of worm wheel tooth surface can also be enlarged by introducing the method to choose the  $\Delta b$  modification variable.

**Key words** double enveloping worm gearing; modification; meshing quality

文献中对直廓环面蜗杆传动的研究, 多局限于瞬时接触线的分布及微观啮合质量分析, 尚未见对宏观啮合质量——蜗轮齿面结构和接触区的研究, 因而, 不可能对修形进行分类, 也不可能对其啮合质量作出科学的评价; 修形参数的选取缺乏理论支持, 有一定的盲目性。

基于直廓环面蜗杆传动是二次包络环面蜗杆传动的一个特例, 即加工蜗杆的产形面退化成直线刀刃, 本文中建立了新的啮合分析数学模型, 并对其修形进行系统研究。

### 1 直廓环面蜗杆齿面及其曲率参数

取与文献[1]相同的坐标系: 动系  $\sigma_i (i=1, 2)$ , 与蜗杆 ( $i=1$ ) 和蜗轮 ( $i=2$ ) 固连, 其初始位置与与机架固连的静系  $\sigma_{0i}$  重合; 其中  $k_{i1}=k_{0i}$  分别与蜗杆和蜗轮轴线重合,  $i_{01}=i_{02}$  分别与 2 轴线的公垂线重合。取动系  $\sigma_0$  与刀台固连, 其初始位置与静系  $\sigma_0$  重合;  $k_d=k_0$ ;  $i_0=i_{00}$ 。

刀刃与半径为  $r_{b0}$  的修正后的成形圆相切, 当刀台转过角  $\varphi$  时, 蜗杆绕轴线转过角  $\varphi$ , 刀刃在蜗杆上形成的轨迹曲面为蜗杆齿面  $\Sigma_{i0}$ 。

$\sigma_i$  里的蜗杆齿面方程

$$(r_1)_i = R [k_1, -\varphi] (r_1)_{01} \quad (1)$$

收稿日期: 2000-07-06

董学朱, 北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区) 52 信箱, 100083

式中:  $(r_1)_{01} = (r_d)_{01} + a_0 i_{01} + \Delta b j_{01} + \Delta c k_{01}$ ,  $(r_d)_{01} = R [i_{01}, 90^\circ \mp \Delta \Sigma] (x_{010} + y_{010})$ ,  $x_0 = -r_{b0} \sin \varphi - u \cos \varphi$ ,  $y_0 = r_{b0} \cos \varphi - u \sin \varphi$ ,  $r_{b0} = r_b + \Delta r_b$ ,  $a_0 = a + \Delta a$  ( $\varphi$  为蜗杆齿面参数;  $a$  为中心距;  $r_b$  为成形圆半径;  $\varphi = \varphi_{i10}$  ( $i_{10}$  为蜗杆与刀台的传动比);  $\Delta a$  ( $\varphi$  为中心距修形量;  $\Delta b$  为垂直于蜗杆轴线方向的修形量;  $\Delta c$  为沿蜗杆轴线的修形量;  $\Delta \Sigma$  为轴交角修形量;  $\Delta i = i_{10} - i_{12}$  为传动比修形量;  $\Delta r_b$  为成形圆修形量。

刀刃与蜗杆齿面的相对速度

$$(v_0)_0 = \{v_{01x}, v_{01y}, v_{01z}\} \quad (2)$$

式中:  $v_{01x} = -y_0 \omega_{1z} + \Delta b + da_0/d\varphi$ ,  $v_{01y} = x_0 \omega_{1z} + a_0 \sin \Delta \Sigma$ ,  $v_{01z} = \cos \Delta \Sigma (x_0 + a_0)$ ,  $\omega_{1z} = i_{01} + \sin \Delta \Sigma$

蜗杆齿面的单位法向量

$$(n_0)_1 = R [k_1, -\varphi \cdot R [i_{01}, 90^\circ \mp \Delta \Sigma] (n_0)_0 / |n_0|] \quad (3)$$

式中:  $(n_0)_0 = \{n_{0x}, n_{0y}, n_{0z}\}$ ,  $n_{0x} = -v_{01z} \sin \varphi$ ,  $n_{0y} = v_{01z} \cos \varphi$ ,  $n_{0z} = \omega_{1z} u + (\Delta b + da_0/d\varphi) \sin \varphi - a_0 \sin \Delta \Sigma \cos \varphi$

蜗杆齿面的曲率参数:

1)  $\alpha_\xi$  方向的法曲率  $K_{1\xi}$  和短程挠率  $\tau_{1\xi}$  取直母线  $u$  方向的单位向量为  $\alpha_\xi$

$$K_{1\xi} = 0$$

$$\tau_{1\xi} = (1/|n_0|^2) [\omega_{1z} (n_{0x} \sin \varphi - n_{0y} \cos \varphi) - n_{0z} \cos \Delta \Sigma \cos \varphi]$$

2) 相对速度  $v_{01}$  方向的法曲率  $K_{1v}$  和短程挠率  $\tau_{1v}$

$$K_{1v} = [1/(|v_{01}|^2 \cdot |n_0|)] (n_{0x} a_{01x} + n_{0y} a_{01y} + n_{0z} a_{01z})$$

式中:  $a_{01x} = -i_{01} \omega_{1z} x_0 - (v_{01y} \sin \Delta \Sigma + v_{01z} \cos \Delta \Sigma) + d^2 a_0/d\varphi^2$ ,  $a_{01y} = -i_{01} \omega_{1z} y_0 + (v_{01x} + da_0/d\varphi) \sin \Delta \Sigma$ ,  $a_{01z} = (v_{01x} - i_{01} y_0 + da_0/d\varphi) \cos \Delta \Sigma + di_{01}/d\varphi$

$$\tau_{1v} = K_{1v}/\tan \varphi - \tau_{1u}$$

其中  $\varphi_v = \arccos \left\{ \frac{[\omega_{1z} r_{b0} - (\Delta b + da_0/d\varphi) \cos \varphi - a_0 \sin \Delta \Sigma \sin \varphi]}{|v_{01}|} \right\}$

3)  $\alpha_\eta$  方向的法曲率  $K_{1\eta}$  和短程挠率  $\tau_{1\eta}$  取  $\alpha_\eta = n \times \alpha_\xi$ , 得到  $K_{1\eta} = K_{1v} + (\tau_{1v} - \tau_{1u})/\tan \varphi$  和  $\tau_{1\eta} = \tau_{1u}$

## 2 蜗杆与蜗轮的啮合分析

蜗轮滚刀产形面与蜗杆齿面  $\Sigma_1$  相同; 滚刀展成蜗轮时, 轴交角  $\Sigma$ , 中心距  $a$ , 传动比  $i_{12}$  与配对蜗杆传动相同。蜗杆转角为  $\varphi$ , 蜗轮转角为  $\varphi_2 = \varphi/i_{12}$

1) 共轭条件函数

$$\Phi = \Phi_1 \Phi_2 + C \cos(\varphi - \varphi_2) \quad (4)$$

式中

$$\Phi_1 = 2 \sin[(\varphi - \varphi_2)/2] \quad (5)$$

$$\Phi_2 = A \sin[(\varphi - \varphi_2)/2] + B \cos[(\varphi - \varphi_2)/2] \quad (6)$$

其中:  $A = [(r_d)_{01}, (n)_{01}, k_{01}] - (n)_{01} (\Delta b i_{01} - a_0 j_{01} - i_{21} a k_{01})$ ,  $B = i_{21} \{ [i_{01}, (r_d)_{01}, (n)_{01}] - (n)_{01} \cdot (\Delta c j_{01} - \Delta b k_{01}) \}$ ,  $C = [(\omega_{12})_{01}, (r_d)_{01}, (n)_{01}] + (n)_{01} [ (i_{21} \Delta c - \Delta b) i_{01} + a_0 j_{01} - i_{21} \Delta a k_{01} ]$

2) 啮合界线函数

$$\Phi_{\eta} = (A - C) \sin(\varphi - \varphi) + B \cos(\varphi - \varphi) \tag{7}$$

3) 瞬时接触线法向量

$$(N)_{01} = N_{\xi}(\alpha_{\xi})_{01} + N_{\eta}(\alpha_{\eta})_{01} \tag{8}$$

式中:  $N_{\xi} = K_{1\xi}(v_{12})_{01}(\alpha_{\xi})_{01} + \tau_{1\xi}(v_{12})_{01}(\alpha_{\eta})_{01}$ ,  $N_{\eta} = \tau_{1\xi}(v_{12})_{01}(\alpha_{\xi})_{01} + K_{1\eta}(v_{12})_{01}(\alpha_{\eta})_{01}$ ,  $(\omega_{12})_{01} = k_{01} + i_{21}j_{01}$ ,  $(v_{12})_{01} = (\omega_{12})_{01} \times (r_1)_{01} + i_{21}ak_{01}$ ,  $(r_1)_{01} = R[k_{01}, \varphi - \varphi, (r_1)_{01}]$ ,  $(\alpha_{\xi})_{01} = R[k_{01}, \varphi - \varphi, (\alpha_{\xi})_{01}]$ ,  $(\alpha_{\eta})_{01} = R[k_{01}, \varphi - \varphi, (\alpha_{\eta})_{01}]$ .

4) 曲率干涉界线函数

$$\Psi = (N)_{01}(v_{12})_{01} + \Phi_{\eta} \tag{9}$$

5) 在  $\sigma_{02}$  里啮合面的方程

$$\left. \begin{aligned} (r_2)_{02} &= R[i_{02}, -90^\circ, (r_1)_{01} - ai_{02}] \\ \Phi &= \Phi_1\Phi_2 + C\cos(\varphi - \varphi) = 0 \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

6) 在  $\sigma_2$  里蜗轮齿面的方程

$$\left. \begin{aligned} (r_2)_2 &= R[k_2, -\varphi_2, (r_2)_{02}] \\ \Phi &= \Phi_1\Phi_2 + C\cos(\varphi - \varphi) = 0 \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

7) 微观啮合质量指标。接触线法向诱导法曲率半径与中心距之比  $\rho/a = 1/(aK_{12V})$ , 式中  $K_{12V} = (N_{\xi}^2 + N_{\eta}^2)/\Psi$ 。滑动角  $\theta_r = \arcsin[(\Phi_{\eta} - \Psi)/(|N| |v_{12}|)]$ 。弹流润滑参数  $V_R = V_e^{0.7}/(K_{12V})^{0.43}$ , 式中:  $V_e = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) \cdot N/|N|$ ,  $v_1$  和  $v_2$  为蜗杆和蜗轮齿面接触点处的速度。

由式(1)和  $\Phi = \Phi_{\eta} = 0$  可得到蜗杆齿面上的啮合界线; 由式(11)和  $\Phi = \Psi = 0$  可得到蜗轮齿面上的曲率干涉界线。

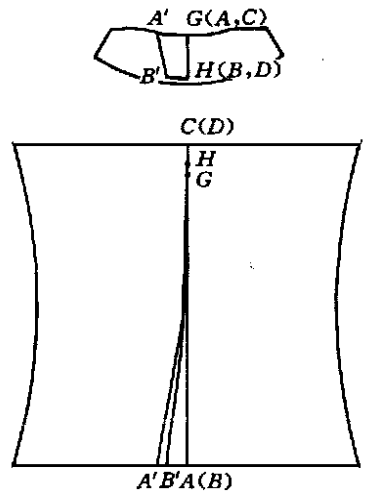
直廓环面蜗杆与蜗轮啮合分析的数学模型与二次包络环面蜗杆传动相似, 因而可以上面的数学模型为基础, 用与二次包络环面蜗杆传动相同的方法来研究蜗轮齿面的结构和接触区。

### 3 直廓环面蜗杆修形分类及其特点

#### 3.1 蜗轮齿面上存在瞬时接触线奇点轨迹的传动类型

1) 原始型传动。当  $\Delta a = \Delta b = \Delta c = \Delta \Sigma = \Delta i = 0$  不进行修形时, 得到原始型传动(图 1)。此时式(4)中  $C = 0$ , 由  $\Phi = 0$  (即  $\varphi = \varphi$ ) 得到接触区  $ABDC$ , 以  $\Sigma_{2A}$  表示, 此时式(8)中  $N = 0$ , 蜗轮齿面上出现瞬时接触线奇点轨迹  $GH$  (简称  $N$  曲线)。当  $\Phi_2 = 0$  且  $\varphi = \varphi$  时, 得到齿面接触区  $ABGH$ , 以  $\Sigma_{2B}$  表示。该接触区左边沿  $AB$  与前过渡曲面  $C_1$  (滚刀啮入端第 1 刀刃的轨迹曲面) 相切,  $GH$  为  $\Sigma_{2A}$  和  $\Sigma_{2B}$  的公共点。  $\Sigma_{2A}$  在蜗轮齿面上退化成为一条直线与  $\Sigma_{2B}$  和前过渡曲面  $C_1$  的切线  $AB$  重合; 此直线从啮入到啮出始终与蜗杆齿面接触, 是蜗轮齿面上最易失效的部位, 因此一般不采用原始型传动。

2)  $\Delta b$  型传动。当  $\Delta b \neq 0$ ,  $\Delta a = \Delta c = \Delta \Sigma = \Delta i = 0$  时, 得到  $\Delta b$  型传动。  $\Delta b$  型传动蜗轮齿面上仍保留着  $N$  曲线, 始终与蜗杆接触, 是齿面上的薄弱点。与原始型传动的差别在于  $\Delta b$



$a = 250, d_b = 160, d_1 = 90, i_{21} = 1/40$

图 1 原始型传动齿面接触区

$> 0$  时, 接触区右移使接触区扩大。不能单独使用  $\Delta b$  修形, 但与其他参数组合且当  $\Delta b > 0$  时, 接触线分布稀疏, 使接触区扩大。

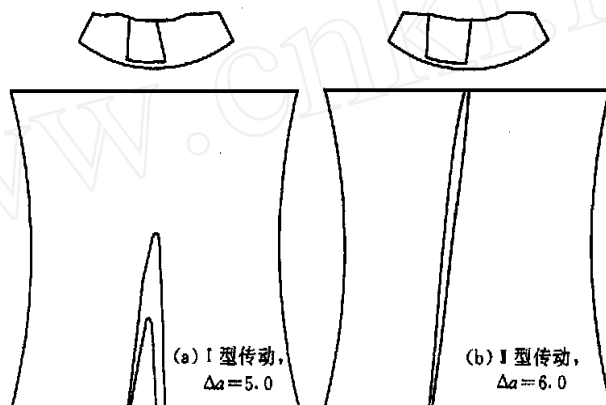
### 3.2 I型传动

I型传动的特点是蜗杆齿面上留下  $\varphi$   $\varphi$  的接触区  $\Sigma_{\varphi}$ , 但存在啮合界线, 蜗杆齿面的一部分不接触蜗轮, 使蜗杆有效长度缩短。

1) 单参数修形。  $\Delta a < 0, \Delta c < 0, \Delta \Sigma < 0, \Delta i > 0$  时得到 I 型传动。由于蜗杆有效接触区长度很短, 不宜选用。

2) 综合修形。  $\Delta \Sigma$  修形使蜗杆专用加工机床复杂化,  $\Delta c$  非对称修形不宜采用, 最方便的是用  $\Delta i$  和  $\Delta a$  修形。当  $\Delta a = \Delta i Z_1 m_t / 2$  时得到 I 型传动, 式中  $Z_1$  为蜗杆头数,  $m_t$  为蜗轮端面模数。

图 2(a) 所示为综合修形 I 型传动的接触区图形。啮入端为双线接触, 蜗杆有效接触区长度比单参数修形有所增加, 但也只有蜗杆长度的  $1/2$  左右。



$$a = 250, d_b = 160, d_1 = 90, i_{21} = 1/40, \Delta b = \Delta c = \Delta \Sigma = 0, \Delta i = 1.0$$

图 2 综合修形传动齿面接触区

### 3.3 II型传动

II型传动的特点是蜗轮齿面中部有后过渡曲面  $C_2$  (滚刀啮出端最后刀刃的轨迹曲面), 蜗轮齿面上保留了  $\varphi$   $\varphi$  的接触区  $\Sigma_{\varphi}$ , 然而最后一刀刃将  $\varphi$   $\varphi$  的共轭区  $\Sigma_{\varphi c}$  刮去, 蜗轮齿面从啮入到啮出呈单线接触, 但可以有效地利用蜗杆全长。

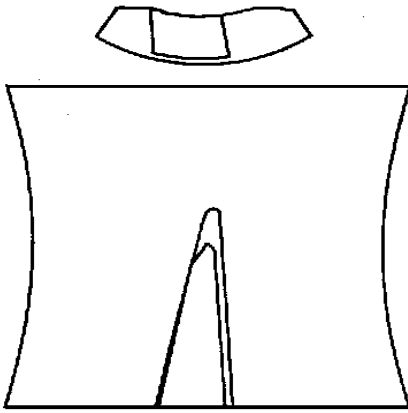
1) 单参数修形。  $\Delta a > 0, \Delta c > 0, \Delta \Sigma > 0, \Delta i < 0$  时, 得到 II 型传动。单线接触, 大多情况下都可以利用蜗杆全长, 但蜗轮齿面接触线密集, 接触区较小, 不理想。

2) 综合修形。当  $\Delta a > \Delta i Z_1 m_t / 2$  时得到 II 型传动。图 2(b) 所示为综合修形 II 型传动接触区图形。蜗杆全长工作, 但始终是单线接触。与单参数修形相比接触线分布较稀疏, 接触区较大。

## 4 修形参数 $\Delta b$ 的修形效果

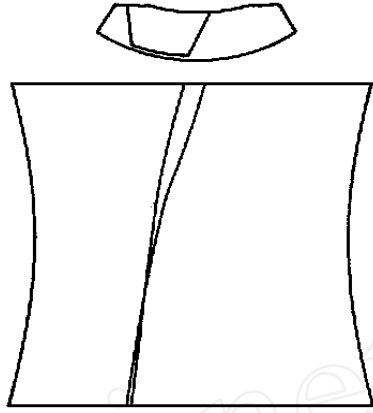
文献中未见到关于直廓环面蜗杆  $\Delta b$  修形的报导。  $\Delta b$  修形便于实现, 且计算结果表明对齿顶厚影响不大。  $\Delta b$  修形对 I 型或 II 型传动类别无影响, 但当取  $\Delta b > 0$  时, 可以使蜗轮齿面上瞬时接触线稀疏, 接触区增大。引入修形参数  $\Delta b$  的效果见图 3 和 4。除  $\Delta b$  外, 图 3 算例的几何

参数与图 2(a) 的相同, 图 4 算例的几何参数与图 2(b) 相同。



$a = 250, d_b = 160, d_1 = 90, i_{21} = 1/40, \Delta a = 5.0,$   
 $\Delta b = 5.0, \Delta c = \Delta \Sigma = 0, \Delta i = 1.0$

图 3  $\Delta b = 5.0$  时的综合修形 I 型传动



$a = 250, d_b = 160, d_1 = 90, i_{21} = 1/40, \Delta a = 6.0,$   
 $\Delta b = 10.0, \Delta c = \Delta \Sigma = 0, \Delta i = 1.0$

图 4  $\Delta b = 10.0$  时的综合修形 II 型传动

## 5 结 论

- 1) 原始型和  $\Delta b$  型传动, 蜗轮齿面上存在瞬时接触线奇点轨迹, 从啮入到啮出始终与蜗杆齿面接触, 易失效不宜采用。
- 2) 单参数修形 I 型传动, 蜗杆有效接触区长度太短不宜采用。单参数修形 II 型传动, 蜗轮齿面上接触线密集, 接触区较窄, 效果不如综合修形 II 型传动好。
- 3) 综合修形 II 型传动, 接触线分布较好, 可以利用蜗杆全长, 是首选的传动类型, 但齿面单线接触。
- 4) 综合修形 I 型传动, 可使蜗杆有效接触区长度增加到全长的一半左右, 啮入端可实现双线接触, 但同时工作齿数只有 II 型的一半。对两者的承载能力, 只有通过试验比较才能作结论。
- 5) 将  $\Delta b > 0$  的修形量引入综合修形, 可以使蜗轮齿面上接触线分布稀疏, 接触区扩大。
- 6) 对于本文中推荐的传动类型, 修形参数的变化较小时对微观啮合质量的影响不明显。

## 参 考 文 献

- 1 齐 麟, 张亚雄, 黎上威, 等 蜗杆传动设计(下册). 北京: 机械工业出版社, 1987. 270~ 418
- 2 董学朱 齿轮啮合理论基础 北京: 机械工业出版社, 1989. 1~ 141
- 3 董学朱, 冯晓云, 张德华 二次包络环面蜗杆副的修形分析. 机械传动, 1996, 20(2): 53~ 55
- 4 毕 诚 直廓环面蜗杆传动修形的研究: [学位论文]. 北京: 中国农业大学, 2000
- 5 朱启庄 CONE 公司与 CONE DRIVE 蜗轮副 机械传动, 1996, 20(2): 92~ 94