

## 通过等距曲面进行真实齿面的啮合分析

董学朱<sup>①</sup>

孙殿柱

(中国农业大学机械工程学院) (山东工程学院)

**摘要** 提出了2次构造曲面和直接利用三坐标测量机探头中心点所在齿面的等距曲面进行真实齿面啮合分析的方法,指出后一种方法只须1次构造曲面,使用简便且计算精度较高。

**关键词** 齿轮;真实齿面;等距曲面;啮合分析

**分类号** TH 132.4

### Meshing Analysis on Real Tooth Surface With Offset Surface

Dong Xuezhu

Sun Dianzhu

(College of Machinery Engineering, CAU) (Shandong Institute of Technology)

**Abstract** The effective method with direct utilizing of offset surface of tooth on the center point at the probe of the three-coordinate measuring machine to carry out meshing analysis on real tooth surface is put forward compared with the method of constructing curved surfaces two times. The former with constructing curved surface only once is more accurate and convenient.

**Key words** gear; real tooth surface; offset surface; meshing analysis

利用 LEITZ PMM 12106 三坐标数控精密测量机测量采集得到的齿面上拓扑离散数据点的数据,是对有加工误差或热处理变形的真实齿面进行啮合分析的基础;但这些数据为探头中心点的坐标值,并非被测齿面上点的坐标值,故必须对所测数据进行等距处理。等距线、等距面方法算法较繁,且难以满足计算精度要求<sup>[1~5]</sup>。笔者根据真实齿面啮合分析的特点,将探头中心点的坐标值经过一定的算法处理,得到2种不同的真实齿面的啮合分析方法。

#### 1 通过2次构造曲面进行啮合分析

首先构造出探头中心点所在的 NURBS 曲面,以求得测量数据点的法矢。一张  $kl$ (本文中取  $3 \times 3$ )次 NURBS 曲面  $\Sigma$  的方程<sup>[6]</sup>为

$$p(u, v) = R(u, v) [W(u, v)]^{-1}$$

式中:  $p$  为 NURBS 曲面上点的径矢;

$$R(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{i,j} d_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)$$

$$W(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)$$

收稿日期:1999-03-02

<sup>①</sup>董学朱,北京清华东路17号中国农业大学(东校区)52信箱,100083

其中:  $u, v$  为 NURBS 曲面参数;  $w_i$  为权因子;  $d_{i,j}$  为 NURBS 曲面控制顶点的径矢;  $N_{i,k}(u)$ ,  $N_{j,l}(v)$  分别为  $u$  向  $k$  次和  $v$  向  $l$  次的规范 B 样条基函数。

探头所在曲面  $\Sigma$  的么法矢为  $n(u, v) = p_u \times p_v / |p_u \times p_v|^{-1}$ 。  $\Sigma$  的等距曲面  $\Sigma_h$  (真实齿面) 对应点的数据可由下式计算:

$$p_h(u, v) = p(u, v) + hn(u, v) \quad (1)$$

式中  $h$  为探头半径。由式(1)可将探头中心点的数据等距到真实齿面上, 再依据真实齿面上的数据构造一张曲面进行啮合分析。

## 2 直接利用探头中心点所在曲面进行啮合分析

本文中进行分析时所用等距曲面原理, 与文献[8]中等距共轭曲面原理的不同之处是: 探头在真实齿面空域一侧; 真实齿面  $\Sigma_{h1}$  和  $\Sigma_{h2}$  接触时, 其探头中心所在曲面  $\Sigma_1$  和  $\Sigma_2$  并不接触(图1)。真实齿面接触的几何条件为

$$p_{h2} = p_{h1} + O_{21} \quad (2)$$

$$n_{h2} = n_{h1} \quad (3)$$

式中:  $O_{21}$  为由坐标原点  $O_2$  指向  $O_1$  的径矢;  $n_{h1}$  和  $n_{h2}$  为真实齿面的么法矢。

由于  $\Sigma_{h1}$  和  $\Sigma_{h2}$  是  $\Sigma_1$  和  $\Sigma_2$  的等距曲面, 故得到

$$n_{h1} = n_1 \quad (4)$$

$$n_{h2} = n_2 \quad (5)$$

$$p_{h1} = p_1(u_1, v_1) - hn_1(u_1, v_1) \quad (6)$$

$$p_{h2} = p_2(u_2, v_2) + hn_2(u_2, v_2) \quad (7)$$

式中:  $p_1$  和  $p_2$  为  $\Sigma_1$  和  $\Sigma_2$  上任一点的径矢;  $n_1$  和  $n_2$  为么法矢,  $n_1$  指向轮1齿空域,  $n_2$  指向轮2齿实体。

将式(4)~(7)代入式(2)和(3)得到真实齿面接触的几何条件

$$p_2(u_2, v_2) + hn_2(u_2, v_2) = p_1(u_1, v_1) - hn_1(u_1, v_1) + O_{21} \quad (8)$$

$$n_2(u_2, v_2) = n_1(u_1, v_1) \quad (9)$$

由式(8)和(9)解得探头所在曲面  $\Sigma_1$  和  $\Sigma_2$  上的参数, 代入式(6)和(7), 即可得到真实齿面  $\Sigma_{h1}$  和  $\Sigma_{h2}$  上的接触迹线。

真实齿面接触的运动条件为: 2 齿面接触点处法线方向的速度分量相等, 即

$$n_{h1}(\omega_1 \times p_{h1}) - n_{h2}(\omega_2 \times p_{h2}) = 0 \quad (10)$$

以齿轮轴线方向的么矢  $k_{01}$  和  $k_{02}$  表示角速度矢量的方向, 即  $\omega_1 = |\omega_1| k_{01}$ ,  $\omega_2 = |\omega_2| k_{02}$ 。将式(4)~(7)代入式(10)得到齿轮传动的瞬时传动比

$$i_{12} = \frac{|\omega_1|}{|\omega_2|} = \frac{(k_{02}, p_2, n_2)}{(k_{01}, p_1, n_1)} \quad (11)$$

## 3 算 例

表1示出直接利用探头中心点所在曲面进行啮合分析得到的准双曲面齿轮大轮齿面瞬时啮合点计算值的部分结果。

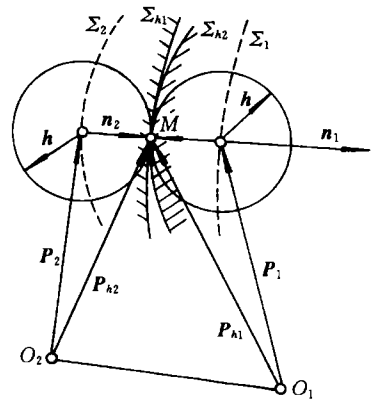


图1 真实齿面啮合时探头所在曲面位置

表1 准双曲面齿轮大轮齿面瞬时啮合点的计算值

序号	$x_2/\text{mm}$	$y_2/\text{mm}$	$z_2/\text{mm}$	$\varphi_1/(\circ)$	$\varphi_2/(\circ)$	$u_1/\text{mm}$	$v_1/\text{mm}$
1	-3.046 156	-113.398 694	-30.370 084	161.018 239	-93.000 000	0.721 780	0.641 220
2	-2.002 438	-112.461 798	-29.897 423	166.850 906	-92.000 000	0.682 340	0.628 940
3	-0.610 955	-110.535 639	-29.382 793	172.681 427	-91.000 000	0.647 600	0.622 500
4	1.051 999	-108.256 835	-28.905 835	178.515 569	-90.000 000	0.611 000	0.622 000
5	1.392 492	-107.712 462	-28.518 891	184.348 436	-89.000 000	0.565 360	0.630 660

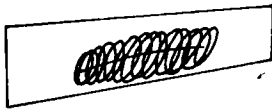


图2 大轮齿凸面接触线和接触区

计算所得大轮齿凸面接触迹线和接触区见图2。2齿面间隙 $\leq 0.01$  mm(红丹粉颗粒直径)时,齿面接触,由此确定接触区边界。计算所得接

触区与用滚动检验机测得的接触印痕吻合<sup>[7]</sup>。计算和试验时的准双曲面齿轮传动比 $i=35/6$ ,接触迹线上各计算点处的瞬时传动比误差曲线见图3。

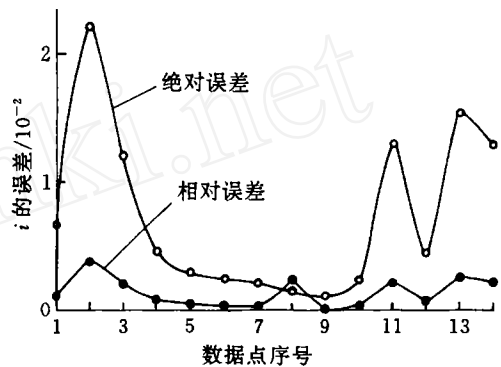


图3 瞬时传动比误差曲线

## 4 结 论

通过2次构造曲面的方法进行啮合分析,运算时间长且精度降低,故不宜采用。直接利用探头中心点所在曲面(真实齿面的等距曲面)进行啮合分析,再将等距面上的接触迹线和接触区转换到真实齿面上的方法,只须1次构造曲面,计算速度较快且精度较高,能够满足工程要求。

## 参 考 文 献

- 1 Coquillart S. Computing offsets of B-spline curves. CAD,1987,19(6):305~309
- 2 Hoschek J. Spline approximation of offset curves. CAGD,1988(5):33~40
- 3 Hoschek J, Wissel N. Optimal approximate conversion of spline curves and spline approximation of offset curves. CAD,1988,20(8):375~483
- 4 Hoschek J. Intrinsic parameterization for approximation. CAGD,1988(5):27~31
- 5 Rogers D F, Fog N C. Constrained B-spline curve and surface fitting. CAD,1989,21(10):641~648
- 6 孙殿柱. 真实齿面啮合理论的研究:[学位论文]. 北京:中国农业大学,1998
- 7 董学朱. 齿轮啮合理论基础. 北京:机械工业出版社,1989.1~141